Potencia y energía en resistencias

Un dipolo es todo circuito eléctrico con dos terminales, se representa de la manera expresada en la Figura 1.

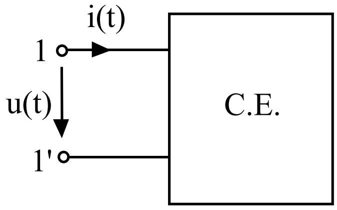

Figura 1. Representación de un dipolo.

La **potencia entrante** para las referencias de la Figura 1 es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Si $u(t) > 0$ y i$(t) > 0$ entonces según definición $p(t) > 0$, vamos a comprobarlo: si el potencial de 1 es mayor que el de $1'$, están yendo las cargas positivas del de mayor potencial al de menor potencial, es decir se pierde energía potencial que es la que absorbe el dipolo.

Si se consideran otras referencias, tales como las dadas en la Figura 2.

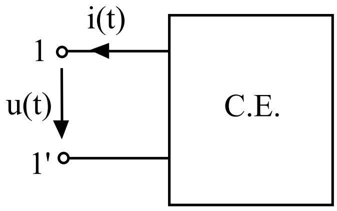

Figura 2. Representación de un dipolo.

La **potencia entrante** para estas referencias de la Figura 2 es:

$$p(t) = -u(t) \cdot i(t)$$

Si $u(t) > 0$ y $i(t)$ entonces según definición p$(t) < 0$, vamos a comprobarlo: si el potencial de 1 es mayor que el de $1'$, están yendo las cargas positivas del de menor potencial al de mayor potencial, es decir se gana energía potencial que es la que cede el dipolo, es decir la potencia es **saliente.**

Siendo p(t) la derivada de la energía respecto al tiempo:

$$p(t) = \frac{\partial w(t)}{\partial t}$$

resulta, considerando $w(-\infty) = 0$, que la expresión de la energía es:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(\tau) \cdot \partial\tau = w(t_0) + \int_{t_0}^{t} (\tau) \cdot \partial\tau$$

Resistencias

Se pueden tomar las referencias de la Figura 3.

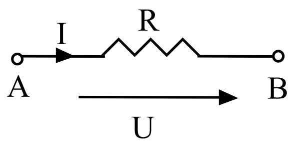

Figura 3. Referencias tomadas en una resistencia.

La ecuación de definición es:

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

La potencia entrante es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = R \cdot i^2(t) = \frac{u^2(t)}{R} = G \cdot u^2(t)$$

Es siempre positiva. En el caso de continua:

$$U = R \cdot I$$

La potencia entrante es:

$$p(t) = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} = G \cdot U^2$$

La energía es:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} R \cdot i^2(t) \cdot \partial\tau = \int_{-\infty}^{t} \frac{u^2(\tau)}{R} \cdot \partial\tau$$

La energía absorbida es siempre positiva y se disipa en forma de calor. En el caso de continua, considerando que empezamos a contar a partir del instante 0:

$$w(t) = R \cdot I^2 \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

Fuente de tensión ideal

Se pueden tomar las referencias de la Figura 4.

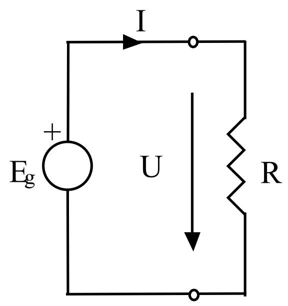

Figura 4. Referencias tomadas en una fuente de tensión.

En general la **potencia saliente** de la fuente es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

En el caso de continua:

$$p(t) = E_g \cdot \frac{E_g}{R} = \frac{{E_g}^2}{R}$$

Si se representa, se obtiene la curva de la Figura 5.

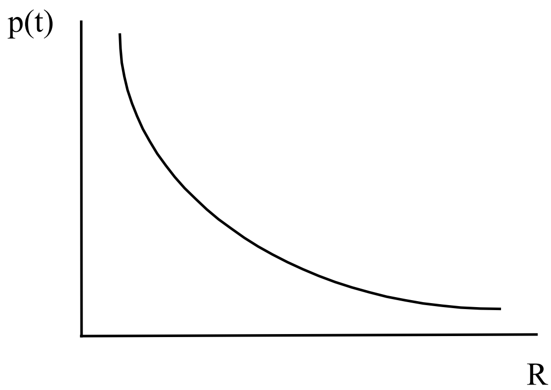

Figura 5. Representación de la potencia en una fuente de tensión.

- Para $R = 0$ la potencia es $p(t) = \infty$
- Para $R = \infty$ la potencia es $p(t) = 0$

Fuente de intensidad ideal

Se pueden tomar las referencias de la Figura 6.

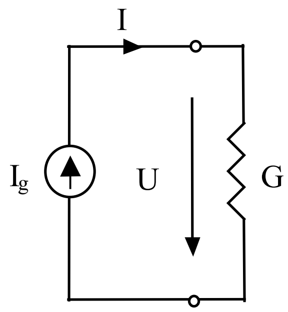

Figura 6. Referencias tomadas en una fuente de intensidad.

En general la **potencia saliente** de la fuente es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

En el caso de continua:

$$p(t) = \frac{I_g}{G} \cdot I_g = \frac{{I_g}^2}{G}$$

Si se representa, se obtiene la curva de la Figura 7.

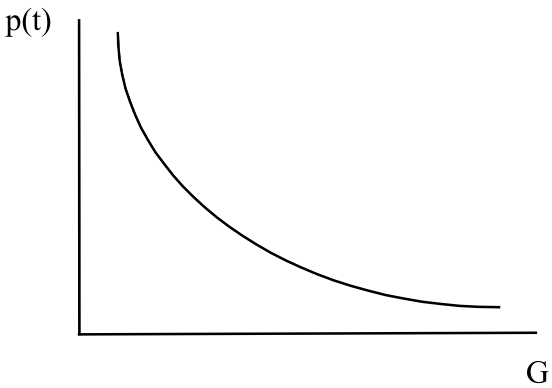

Figura 7. Representación de la potencia en una fuente de intensidad.

- Para $G = 0$ $(R = \infty)$ la potencia es $p(t) = \infty$
- Para $G = \infty$ $(R = 0)$ la potencia es $p(t) = 0$

Fuente de tensión real

Si se conecta a los terminales de una fuente real de tensión una resistencia se la Figura 8.

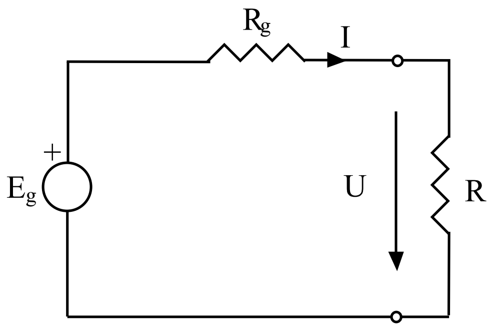

Figura 8. Referencias tomadas en una fuente de tensión real.

Donde:

$$U = \frac{R}{R + R_g} \cdot E_g$$

$$I = \frac{E_g}{R + R_g}$$

Entonces la potencia saliente de la fuente real de tensión (o entrante en la resistencia R) es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Sustituyendo, se tiene:

$$p(t) = \frac{R}{R + R_g} \cdot E_g \cdot \frac{E_g}{R + R_g} = {E_g}^2 \cdot \frac{R}{\left(R + R_g\right)^2}$$

Para determinar el máximo se deriva e iguala a cero:

$$0 = \frac{\partial p(t)}{\partial R} = {E_g}^2 \cdot \frac{\left(R + R_g\right)^2 - R \cdot 2 \cdot \left(R + R_g\right)}{\left(R + R_g\right)^4} = {E_g}^2 \cdot \frac{R + R_g - R \cdot 2}{\left(R + R_g\right)^3} = {E_g}^2 \cdot \frac{R_g - R}{\left(R + R_g\right)^3}$$

Entonces el máximo corresponde a:

$$R = R_g$$

Y esta potencia máxima es:

$$P_{max} = \frac{{E_g}^2}{4 \cdot R_g}$$

Si se considera el rendimiento, es decir la relación entre la potencia recibida por la resistencia y la potencia suministrada por el generador:

$$\eta = \frac{U \cdot I}{E_g \cdot I} = \frac{U}{E_g} = \frac{R}{R + R_g}$$

Para $R = R_g$ resulta:

$$\eta = 0{,}5$$

Si se representa la potencia y el rendimiento se tiene la Figura 9 y la Figura 10 respectivamente.

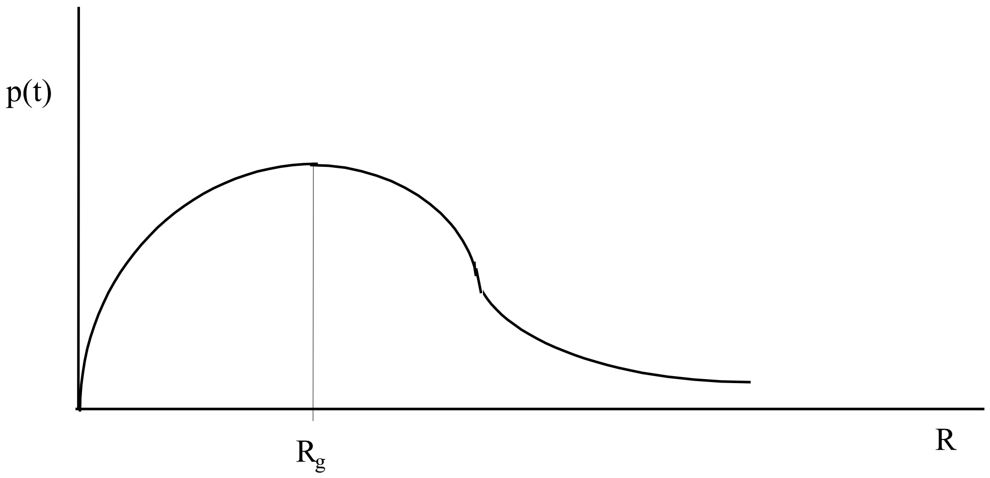

Figura 9. Representación de la potencia de una fuente de tensión real.

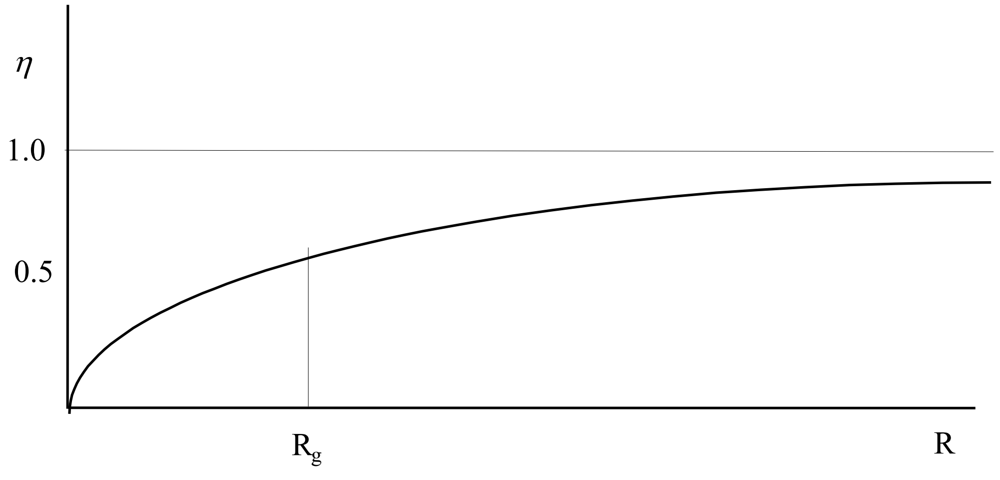

Figura 10. Representación del rendimiento de una fuente de tensión real.

Fuente de intensidad real

Si se conecta a los terminales de una fuente real de intensidad una conductancia (resistencia) se tiene la Figura 11.

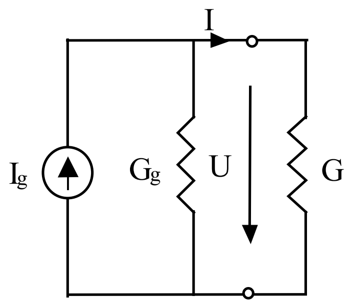

Figura 11. Referencias tomadas en una fuente de intensidad real.

Donde:

$$I = \frac{G}{G + G_g} \cdot I_g$$

$$U = \frac{I_g}{G + G_g}$$

Entonces la potencia saliente de la fuente real de intensidad (o entrante en la conductancia G) es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Sustituyendo se tiene:

$$p(t) = \frac{I_g}{G + G_g} \cdot \frac{G}{G + G_g} \cdot I_g = {I_g}^2 \cdot \frac{G}{\left(G + G_g\right)^2}$$

Para determinar el máximo se deriva e iguala a cero:

$$0 = \frac{\partial p(t)}{\partial R} = {I_g}^2 \cdot \frac{\left(G + G_g\right)^2 - G \cdot 2 \cdot \left(G + G_g\right)}{\left(G + G_g\right)^4} = {I_g}^2 \cdot \frac{G + G_g - G \cdot 2}{\left(G + G_g\right)^3} = {I_g}^2 \cdot \frac{G_g - G}{\left(G + G_g\right)^3}$$

Entonces el máximo corresponde a:

$$G = G_g$$

Esta potencia máxima es:

$$P_{max} = \frac{{I_g}^2}{4 \cdot G_g}$$

Si se considera el rendimiento, es decir la relación entre la potencia recibida por la resistencia y la potencia suministrada por el generador:

$$\eta = \frac{u(t) \cdot i(t)}{u(t) \cdot i_g(t)} = \frac{i(t)}{i_g(t)} = \frac{G}{G + G_g}$$

Para $G = G_g$ resulta:

$$\eta = 0{,}5$$

Si se representa la potencia y el rendimiento se tiene la Figura 12 y Figura 13 respectivamente.

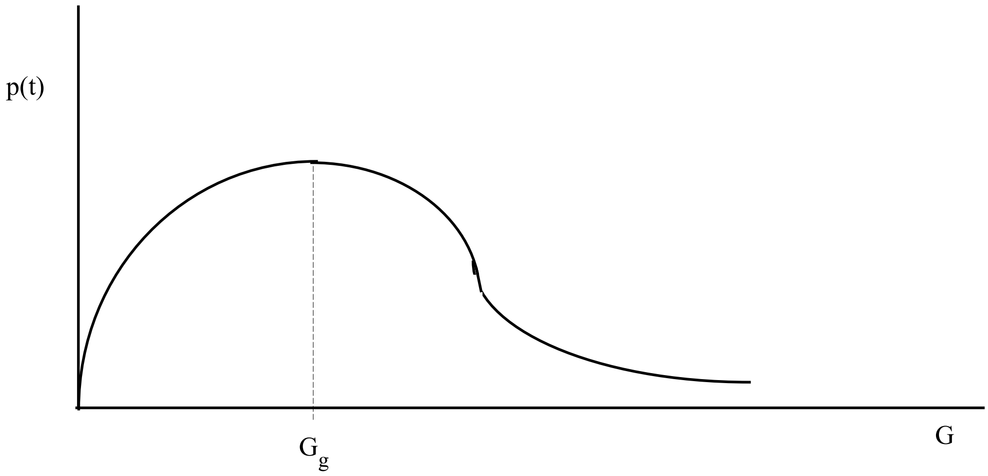

Figura 12. Representación de la potencia de una fuente de intensidad real.

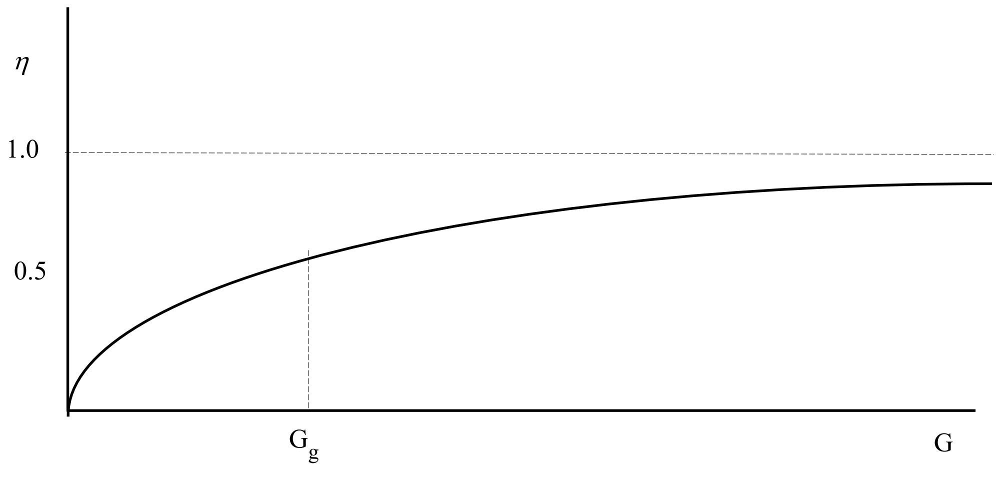

Figura 13. Representación del rendimiento de una fuente de intensidad real.